



Total No. of Printed Pages – 8

ACOME19
PAPER / पत्र – I
STATISTICS
सांख्यिकी

SUBJECT CODE / विषय कोड : 06

Full Marks : 200**Time : 3 Hours****पूर्णांक : 200****समय : 3 घण्टे**

Instruction : Attempt any five questions choosing at most two from each section.

निर्देश : प्रत्येक खण्ड से अधिकतम दो प्रश्नों का चयन करते हुए किन्हीं पाँच प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

Section – A : Probability

खण्ड – A

1. (a) Define probability measure with suitable example.

Find $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ and $P(A - B)$ if A & B are two events.

4 + 6 = 10

उचित उदाहरण सहित प्रायिकता माप का वर्णन कीजिए।

$P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ और $P(A - B)$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि A और B दो अवयव हैं।

- (b) Define independent and pair wise independent events and completely independent family. Let A_1 , A_2 and A_3 be three independent events then show

that A_1^c , A_2^c and A_3^c are independent.

5 + 5 = 10

स्वतंत्र और युग्म सहित स्वतंत्र अवयवों तथा सम्पूर्णतः स्वतंत्र परिवार को परिभाषित कीजिए। यदि

A_1 , A_2 और A_3 तीन स्वतंत्र अवयव हैं तो दर्शाइए कि A_1^c , A_2^c और A_3^c स्वतंत्र हैं।



2. (a) Describe discrete and continuous random variables with suitable example. Also explain its probability mass function and probability density function. 10

उचित उदाहरण सहित असंतत और संतत यादृच्छिक चर राशियों का वर्णन कीजिए। इनके प्रायिकता द्रव्यमान फलन और प्रायिकता घनत्व फलन की भी विवेचना कीजिए।

- (b) Explain expectation and moments. Let X be a non-negative random variable

with distribution function F , then show that $E(x) = \int_0^{\infty} \{1-F(x)\} dx$. 4 + 6 = 10

प्रत्याशा और मोमेन्ट्स की विवेचना कीजिए। माना कि X एक नॉन-नकारात्मक अनियमित चर राशि बंटन फलन F के साथ है, तब दिखाइए कि :

$$E(x) = \int_0^{\infty} \{1-F(x)\} dx.$$

3. (a) Let X be a random variable with $E(x) = 0$, and $V(x) = \sigma^2$ then prove that

$$P[X \geq x] \leq [\sigma^2/(\sigma^2 + x^2)] \text{ if } x > 0$$

$$P[X \geq x] \geq [\sigma^2/(\sigma^2 + x^2)] \text{ if } x < 0$$

10

यदि X एक यादृच्छिक चर राशि, जिसका $E(x) = 0$ और $V(x) = \sigma^2$ है तो सिद्ध कीजिए कि :

$$P[X \geq x] \leq [\sigma^2/(\sigma^2 + x^2)] \text{ if } x > 0$$

$$P[X \geq x] \geq [\sigma^2/(\sigma^2 + x^2)] \text{ if } x < 0$$



(b) Let X be a random variable with parameters μ ($-\infty < \mu < \infty$) and σ ($\sigma > 0$) with

probability density function $\phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ then show that all

central moments of odd order are all zero.

10

यदि X एक यादृच्छिक चर राशि, जिसका प्राचल μ ($-\infty < \mu < \infty$) और σ ($\sigma > 0$) है तथा जिसका प्रायिकता घनत्व फलन नीचे दिया गया है :

$\phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ तब दर्शाइए कि सभी विषम केन्द्रीय मोमेन्ट्स का मान शून्य

होगा ।

4. Write short notes on :

4 × 5 = 20

संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए :

(i) Poisson distribution and its applications.

प्वासॉ वितरण और इसका उपयोग

(ii) Weak law of large numbers.

बड़ी संख्याओं का कमजोर नियम

(iii) Correlation coefficient.

सहसम्बन्ध गुणांक

(iv) Kolmogoroff's inequality.

कोल्मोगोरोफ असमिका



Section B : Statistical Inference

खण्ड - B

1. Differentiate between estimator and estimate. Discuss the properties of a good estimate. 4 + 16 = 20

आकलक और आकलन में अन्तर स्पष्ट कीजिए। एक अच्छे आकलन के लक्षणों का वर्णन कीजिए।

2. Explain maximum likelihood estimation procedure. Find out MLE of μ and σ^2 in case of normal distribution $N(\mu, \sigma^2)$, $(-\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0)$. Also show that the estimate $\hat{\sigma}^2$ is not unbiased estimate of σ^2 . 5 + 10 + 5 = 20

मैक्सिमम लाइकलीहुड (अधिकतम संभावितता) आकलन तरीके का वर्णन कीजिए। एक प्रसामान्य बंटन $N(\mu, \sigma^2)$, $(-\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0)$ में μ और σ^2 के लिए मैक्सिमम लाइकलीहुड (अधिकतम संभावितता) आकलन प्राप्त कीजिए। यह भी दिखाइए कि आकलन $\hat{\sigma}^2$ एक निष्पक्ष आकलन σ^2 का नहीं है।

3. (a) Describe Chi-square test and its uses. Test the hypothesis that the die is fair, if the results of a die after rolling 120 times are as given below :

Result	1	2	3	4	5	6
Frequency	20	30	20	25	15	10

$$X^2_{5,0.05} = 11.07$$

12

काई स्क्वायर परीक्षण और इसके उपयोगों का वर्णन कीजिए। परिकल्पना का परीक्षण कीजिए कि पाँसा फेयर है यदि एक पाँसा 120 बार उछाला जाता है जिसका परिणाम नीचे दिया गया है :

परिणाम	1	2	3	4	5	6
बारम्बारता	20	30	20	25	15	10

$$X^2_{5,0.05} = 11.07$$

8

- (b) Describe the test procedure of Mann-Whitney test.

मान-व्हिटनी परीक्षण के परीक्षण प्रक्रिया का वर्णन कीजिए।



4. Write short notes on :

संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए :

(i) ASN function

ए एस एन फलन

(ii) Sign Test

साइन परीक्षण

(iii) Simple and composite hypothesis

सरल और मिश्रित परिकल्पनाएँ

(iv) Most powerful and uniformly most powerful tests

अत्यधिक पावरफुल और समान रूप से अत्यधिक पावरफुल परीक्षण

Section C : Linear Inference and Multivariate Analysis

खण्ड – C

1. Describe two way analysis of classified data based on least square theory.

20

लीस्ट स्क्वायर थ्योरी पर आधारित वर्गीकृत आँकड़ा का दू वे विश्लेषण का वर्णन कीजिए।



2. Describe the theory of least square estimates with normal equations and their precision.

10 + 5 + 5 = 20

प्रसामान्य समीकरणों और उनके शुद्धता के साथ लीस्ट स्क्वायर आकलनों के सिद्धान्त का वर्णन कीजिए ।

3. (a) Explain simple, multiple and partial correlations.

10

सरल, मल्टीपल और आंशिक सहसम्बन्धों की विवेचना कीजिए ।

- (b) Explain t-test used for correlation & regression coefficients.

10

सहसम्बन्ध और प्रतिगमन गुणांकों के लिए प्रयोग होने वाले टी-परीक्षण की विवेचना कीजिए ।

4. Write short notes on :

4 × 5 = 20

संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए :

- (i) Analysis of Variance

प्रसरण का विश्लेषण

- (ii) Applications of Hotelling T²-Statistics

होटेलिंग टी-स्क्वायर स्टैटिस्टिक्स के उपयोग



(iii) Multivariate normal distribution.

मल्टीवेरिएट सामान्य वितरण

(iv) Fisher's discriminant analysis.

फिशर का विभेदक विश्लेषण
