



Total No. of Printed Pages - 8

2ST00005

पत्र - II / PAPER - II
GAN4-ST
सांख्यिकी
STATISTICS

पूर्णांक : 200

Full Marks : 200

समय : 3 घण्टे

Time : 3 Hours

निर्देश:

1. प्रश्न-पत्र दो खण्डों में विभक्त है। परीक्षार्थी को खण्ड - अ से चार अनिवार्य और खण्ड - ब से चार विषयनिष्ठ वैकल्पिक प्रश्नों का उत्तर देना है। खण्ड - अ के अनिवार्य प्रश्न में 4 विषयनिष्ठ प्रश्न हैं जिसमें प्रत्येक विषयनिष्ठ प्रश्न के 10 अंक हैं। इसके अतिरिक्त खण्ड - ब के 7 विषयनिष्ठ वैकल्पिक प्रश्नों में से किन्हीं 4 विषयनिष्ठ प्रश्न का उत्तर दें जिनमें प्रत्येक प्रश्न के 40 अंक हैं। वैकल्पिक प्रश्नों का उत्तर वर्णनात्मक रूप से लिखें।
2. उत्तर पुस्तिका में प्रत्येक खण्ड व प्रश्न के लिये पेज निर्धारित हैं। अभ्यर्थियों को यह निर्देश दिया जाता है कि प्रश्नों के उत्तर निर्धारित पेज पर ही लिखना सुनिश्चित करेंगे। यदि अभ्यर्थी प्रश्नों के उत्तर निर्धारित पेज पर नहीं लिखते हैं तो उक्त परिस्थिति में उस प्रश्न के उत्तर की जाँच नहीं की जायगी एवं इसकी समस्त जिम्मेवारी स्वयं अभ्यर्थी की होगी।

INSTRUCTION :

1. The question paper is divided into two sections. The candidates will be required to answer **Four** compulsory **subjective** questions from **Section - A** and **four** optional **subjective** questions from **Section - B**. There shall be compulsory **Four subjective** type questions, each of **10 marks**. In addition, there shall be **7** optional **subjective** questions in **Section - B**, of which candidates will be required to answer only **4 subjective** questions, each of **40** marks. The optional questions shall be answered in the descriptive form.
2. The pages are reserved for each section and their respective questions in the answer booklet. The candidates are instructed to write the answers of the questions reserved for that question only. If the candidates do not write the answer of the question on the reserved page, then the answer of that particular question will not be evaluated and the entire responsibility for non-evaluation of that answer will be of the candidates only.





खण्ड - अ / Section - A

1. Process control और product control में अंतर स्पष्ट कीजिए। साथ ही $\bar{X}$ chart और R chart का उद्देश्य संक्षेप में बताइए।

किसी प्रक्रिया का माध्य $\mu = 50$ तथा मानक विचलन $\sigma = 4$ है। यदि नमूना आकार $n = 16$ हो, तो 3-sigma विधि से $\bar{X}$ chart के control limits ज्ञात कीजिए। [10]

Explain the difference between process control and product control. Also, describe the purpose of on $\bar{X}$ chart and an R chart.

A process has an mean $\mu = 50$ and standard deviation 4. For the sample size $n = 16$, find the control limits for the $\bar{X}$ chart using 3-sigma limits.

2. किसी प्रणाली की reliability परिभाषित कीजिए (i) श्रृंखला प्रणाली (series system) तथा (ii) समानांतर प्रणाली (parallel system) की Reliability का सूत्र लिखिए। [10]

तीन अवयवों की reliabilities क्रमशः 0.9, 0.8 और 0.85 है।

i) यदि वे श्रृंखला में जुड़े हो।

ii) यदि वे समानांतर जुड़े हो।

तो दोनों स्थितियों प्रणाली की reliability ज्ञात कीजिए।

Define the reliability of a system. Derive the reliability of (i) a series system and (ii) a parallel system.

Three components with reliabilities 0.9, 0.8 and 0.85 are connected in

i) in series

ii) in parallel

Find the system reliability in both the cases.

3. Linear Programming Problem (LPP) की संरचना और निर्माण (Formulation) समझाइए। Objective function तथा constraints को परिभाषित कीजिए। [10]

अधिकतम कीजिए $Z = 3x + 2y$

शर्तें $x + y \leq 4$

$x \leq 2,$

$x, y \geq 0$

ग्राफ विधि से हल कीजिए।





Explain the structure and formulation of Linear Programming Problem (LPP). Define the objective function and constraints.

$$\text{Maximize } Z = 3x + 2y$$

$$\text{Subject to } x + y \leq 4$$

$$x \leq 2,$$

$$x, y \geq 0$$

Solve graphically.

4. Homogeneous discrete-time Markov chain की परिभाषा दीजिए। Chapman-Kolmogorov समीकरण लिखिए। एक दो-स्थित मार्कोव श्रृंखला के लिए निम्न संक्रमण मैट्रिक्स दी गई है। [10]

$$P = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$$

स्थिर वितरण (stationary distribution) ज्ञात कीजिए।

Define a homogeneous discrete-time Markov chain. Write the Chapman-Kolmogorov equation. A two-state Markov chain a transition matrix

$$P = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$$

Find the stationary distribution.

खण्ड - ब / Section - B

[40 x 4 = 160]

1. a) एकल नमूना योजना का वर्णन करें। इस योजना के लिये OC वक्र और AOQ वक्र प्राप्त करें। साथ ही निम्न में स्पष्ट अंतर बताइये। [20]
 - i) उत्पादक का जोखिम और उपयोक्ता का जोखिम
 - ii) AQL और LTPD

Describe single sampling plan. Obtain OC and AOQ curve for this plan. Distinguish clearly between

 - i) Producer's risk and consumer's risk
 - ii) AQL and LTPD
- b) रैखिक प्रोग्रामिंग की duality theory समझाइए तथा एक सामान्य अधिकतमकरण समस्या का dual व्युत्पन्न कीजिए। Complementary slackness शर्तें लिखिए तथा dual चरों का आर्थिक अर्थ स्पष्ट कीजिए। निम्न primal समस्या का dual बनाइए तथा complementary slackness द्वारा इष्टता की जाँच कीजिए। [20]





अधिकतम कीजिए $Z = 4x_1 + 3x_2$

शर्तें $2x_1 + x_2 \leq 8$

$x_1 + 2x_2 \leq 6$

$x_1, x_2 \geq 0$

इसके अतिरिक्त निम्न transportation समस्या को least cost method से हल कीजिए तथा optimality की जाँच कीजिए।

	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	2	3	1	20
S ₂	5	4	8	30
Demand	15	25	10	

Explain the duality theory of linear programming the derive the dual of a general maximisation problem. State the complementary slackness conditions and explain the economic interpretation of dual variables (shadow prices). For the following primal problem formulate the dual and verify optimality using complement any slackness

Maximize $Z = 4x_1 + 3x_2$

Subject to $2x_1 + x_2 \leq 8$

$x_1 + 2x_2 \leq 6$

$x_1, x_2 \geq 0$

Further solve the following transportation problem using the least cost method and test for optimality

	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	2	3	1	20
S ₂	5	4	8	30
Demand	15	25	10	

2. a) एक अधिक सामान्य घातीय विश्वसनीयता मॉडल इस प्रकार परिभाषित है

[20]

$$R(t) = a^{-bt}, a > 1, b > 0$$

जहाँ a तथा b पैरामीटर है।

i) इसके अनुरूप हैजर्ड दर फलन $h(t)$ प्राप्त कीजिये।

ii) सिद्ध कीजिये कि यह विश्वसनीयता मॉडल मानक घातीय विश्वसनीयता मॉडल $R(t) = e^{-\lambda t}$,





के समतुल्य है तथा λ को a और b के रूप में व्यक्त कीजिये।

A more general exponential reliability model is defined by

$$R(t) = a^{-bt}, a > 1, b > 0$$

Where a and b are parameters.

- i) Obtain the corresponding hazard rate function $h(t)$.
 - ii) Show that this reliability model is equivalent to the standard exponential reliability model $R(t) = e^{-\lambda t}$, and express λ in term of a and b .
- b) दो व्यक्ति शून्य योग खेल की परिभाषा दीजिए तथा शुद्ध एवं मिश्रित रणनीतियों की संकल्पना समझाइए। minimax प्रमेय का कथन लिखिए तथा dominance सिद्धान्त द्वारा खेल मैट्रिक्स की सरल करने की

विधि समझाइए। निम्न खेल को हल कीजिए $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

जाँच कीजिए कि saddle point है या नहीं। यदि नहीं तो dominance का प्रयोग कर खेल को घटाइए तथा graphical या algebraic विधि से हल कीजिए। दोनों खिलाड़ियों की इष्टतम मिश्रित रणनीतियाँ तथा खेल का मान ज्ञात कीजिए। साथ ही रैखिक प्रोग्रामिंग एवं खेल सिद्धान्त के संबंध को संक्षेप में स्पष्ट कीजिए।

[20]

Define a two person zero sum game and explain pure and mixed strategies. State the minimax theorem and describe the role of dominance in reducing the size of

a game matrix. Solve the following game matrix $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$. Determine whether

a saddle point exists, if not, reduce the game using dominance and solve it using the graphical or algebraic method. Obtain the optimal mixed strategies for both players and the game's value. Also, explain the connection between linear programming and game theory briefly.

3. a) सक्रिय विज्ञान में विभिन्न प्रकार के मॉडलों पर चर्चा कीजिये। उपयुक्त विधि का प्रयोग करके निम्न रेखीय प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिये।

[20]

न्यूनतम कीजिए $Z = 4x_1 + x_2$

निम्न प्रतिबन्धों के अधीन

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$





Discuss different types of models in operational research solve the following linear programming problem using appropriate method.

$$\text{Minimize } Z = 4x_1 + x_2$$

$$\text{Subject to the constraints } 3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- b) सूचकांक की संकल्पना स्पष्ट कीजिए तथा Laspeyres, Paasche तथा Fisher's ideal price index के निर्माण की विधि का विस्तार से वर्णन कीजिए। इसके सूत्र व्युत्पन्न कीजिए तथा उनके गुण दोषों की चर्चा कीजिए। सिद्ध कीजिए कि Fisher's ideal index, time reversal test तथा factor reversal test को संतुष्ट करता है। निम्नलिखित आंकड़ों से Laspeyres, Paasche's तथा Fisher's के मूल्य सूचकांक ज्ञात कीजिए। [20]

वस्तु आधार मूल्य P_0 , चालू मूल्य P_1 आधार मात्रा 90 चालू मात्रा 91.

A	4	5	10	12
B	6	8	8	7
C	5	6	6	9

तीनों सूचकांक के परिणामों की तुलना कीजिए तथा यह स्पष्ट कीजिए कि Fishers सूचकांक को "Ideal index" क्यों कहा जाता है।

Explain the concept of index numbers and describe in detail the construction of Laspeyre's price index, Paasche's price index, and Fisher's ideal index number. Derive their formula and discuss their relative merits and demerits. Prove that Fisher's ideal index satisfies the time reversal test and the factor reversal test. Using the following data, compute Laspeyre's, Paasche's and Fisher's price index:

Commodity base price P_0 current price P_1 base quantity 90 current quantity 91.

A	4	5	10	12
B	6	8	8	7
C	5	6	6	9

Comment on the difference between the three indices and justify why Fishers index is called "ideal index".





4. a) ऑटोमेटा कार वॉश एक विशेष सेवा है, जहाँ कारों का आगमन पाइसन वितरण के अनुसार होता है, जिसकी औसत दर 4 cars प्रति घंटा है। कार धोने की सुविधा की सेवा दर घातीय वितरण के अनुसार स्थिर है और यह 6 कार प्रति घंटा है। इस सुविधा में असीमित पार्किंग स्थान उपलब्ध है। [20]

- कार वॉश की उपयोगिता ज्ञात कीजिये।
- कार वॉश के निष्क्रिय रहने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
- कतार में प्रतीक्षा कर रही कारों की औसत संख्या क्या है?
- एक कार द्वारा प्रणाली में बिताया गया औसत समय (प्रतीक्षा समय + धुलाई समय) कितना है?

Automata car wash is a specialized service where cars arrive according to a Poisson distribution with a mean of 4 cars per hours. The wash facility can service cars at a constant exponential rate of 6 cars per hour. The facility has unlimited parking space.

- Determine the utilization of the car wash.
- Calculate the probability that the car wash was idle.
- What is the average number of cars waiting in a queue?
- What is the average time a car spends in the system (waiting + washing)

- b) स्थिर आधार तथा श्रृंखला आधार सूचकांकों की संकल्पना स्पष्ट कीजिए तथा दोनों में अंतर बताइए। Chain base सूचकांक के निर्माण की विधि समझाइए तथा linking relatives निकालने की प्रक्रिया स्पष्ट कीजिए। निम्न आँकड़ों के आधार पर श्रृंखला आधार सूचकांक ज्ञात कीजिए तथा प्रथम वर्ष में आधार मानकर स्थिर आधार सूचकांक से तुलना कीजिए। [20]

वर्ष	2019	2020	2021	2022	2023
मुल्य	50	55	60	66	72

Chain base सूचकांकों के लाभ तथा chain drift की समस्या पर चर्चा कीजिए।

Explain the concept of fixed base and chain base index number and distinguish between them. Describe the method of constructions a chain base index number and explain how linking relatives an educates. Using the following data on prices of a commodity over five years, compute the chain base index numbers and compare them with fixed base indices, taking first year as base

Year	2019	2020	2021	2022	2023
Price	50	55	60	66	72

Discuss the advantages of chain base index numbers and mention the problems associated with chain drift.





5. a) एक स्थिर समय श्रेणी के लिये उपयुक्त ARMA (p, q) मॉडल की पहचान की प्रक्रिया में, नमूना आत्म-सहसंबंध फलन (ACF) तथा नमूना आर्थिक आत्म सहसंबंध फलन (PACF) किस प्रकार एक शुद्ध आत्मप्रत्यागामी प्रक्रिया (AR) और एक शुद्ध मूविंग एवरेज प्रक्रिया के बीच अन्तर करने में सहायता करते हैं? [20]

In the process of identifying an appropriate ARMA (p, q) model for a stationary time series, how do the sample Auto Correlation Function (ACF), and sample partial Autocorrelation Function (PACF) help distinguish between a pure Autoregressive Process (AR) and a pure moving average process?

- b) लास्पेयर्स मूल्य सूचकांक किन परिस्थितियों में कारक प्रतिलोम परीक्षण को संतुष्ट करेगा? [20]

Under what conditions will the factor reversal test be satisfied by Laspeyre's price index?

6. a) भारतीय सांख्यिकी प्रणाली को सुदृढ़ करने में राष्ट्रीय सांख्यिकी आयोग (NSC) की भूमिका एवं महत्त्व पर चर्चा कीजिये। [20]

Discuss the role and significance of National Statistical Commission (NSC) in strengthening the Indian statistical system.

- b) सांख्यिकी एवं क्रियान्वयन मंत्रालय (MOSPI) के अन्तर्गत केन्द्रीय सांख्यिकी तथा राष्ट्रीय नमूना सर्वेक्षण की मुख्य भूमिकाएँ क्या हैं? [20]

What are the main role of Central statistics and National sample survey under Ministry of Statistics and Program Implementation (MOSPI)?

7. a) संक्षिप्त जीवन सारणी क्यों तैयार की जाती है? संक्षिप्त जीवन सारणी की स्तम्भों की व्याख्या कीजिये और उनके निर्माण की प्रक्रिया का वर्णन कीजिये। [20]

Why is an abridged life table prepared? Describe the columns of an abridged life table and describe the steps in their construction.

- b) TFR, GRR और NRR प्रजनन के माप के रूप में एक दूसरे से किस प्रकार भिन्न हैं? NRR जनसंख्या के विकास को किस प्रकार सूचित करती है? [20]

In what way do TFR, GRR and NRR different from one another as measure of reproduction? How does NRR indicate the growth of population?

