पत्र - I / PAPER - I
GAN4-PH

1PH00005

भौतिकी
PHYSICS

पूर्णांक : 200 समय : 3 घण्टे

Full Marks : 200 Time : 3 Hours

निर्देश:

1. प्रश्न–पत्र दो खण्डों में विभक्त है। परीक्षार्थी को खण्ड – अ से चार अनिवार्य और खण्ड – ब से चार विषयनिष्ठ वैकल्पिक प्रश्नों का उत्तर देना है। खण्ड – अ के अनिवार्य प्रश्न में 4 विषयनिष्ठ प्रश्न हैं जिसमें प्रत्येक विषयनिष्ठ प्रश्न के 10 अंक हैं। इसके अतिरिक्त खण्ड – ब के 7 विषयनिष्ठ वैकल्पिक प्रश्नों में से किन्हीं 4 विषयनिष्ठ प्रश्न का उत्तर दें जिनमें प्रत्येक प्रश्न के 40 अंक हैं। वैकल्पिक प्रश्नों का उत्तर वर्णनात्मक रूप से लिखें।
2. उत्तर पुस्तिका में प्रत्येक खण्ड व प्रश्न के लिये पेज निर्धारित हैं। अभ्यर्थियों को यह निर्देश दिया जाता हैं कि प्रश्नों के उत्तर निर्धारित पेज पर ही लिखना सुनिष्चित करेंगे। यदि अभ्यर्थी प्रश्नों के उत्तर निर्धारित पेज पर नहीं लिखते हैं तो उक्त परिस्थिति में उस प्रश्न के उत्तर की जाँच नहीं की जायगी एवं इसकी समस्त जिम्मेवारी स्वयं अभ्यर्थी की होगी ।

INSTRUCTION :

1. The question paper is divided into two sections. The candidates will be required to answer **Four** compulsory **subjective** questions from **Section – A** and **four** optional **subjective** questions from Section – **B**. There shall be compulsory **Four subjective** type questions, each of **10 marks**. In addition, there shall be **7** optional **subjective** questions in **Section – B**, of which candidates will be required to answer only **4 subjective** questions, each of **40** marks. The optional questions shall be answered in the descriptive form.
2. The pages are reserved for each section and their respective questions in the answer booklet. The candidates are instructed to write the answers of the questions reserved for that question only. If the candidates do not write the answer of the question on the reserved page, then the answer of that particular question will not be evaluated and the entire responsibility for non-evaluation of that answer will be of the candidates only.

खण्ड – अ / Section - A

1. सामान्यीकृत निर्देशांक से आप क्या समझते हैं? सामान्यीकृत संवेग के व्यंजक की गणना करें। [10]
   What do you mean by generalized co-ordinates? Obtain the expression for generalized momentum.

2. विशिष्ट आपेक्षिकता सिद्धान्त के अभिग्रहीत क्या हैं? वेग–संयोजन की व्याख्या करें। [10]
   What are the postulates of special theory of relativity? Describe velocity addition.

3. अवमंदित दोलन से आप क्या समझते हैं? 'm' द्रव्यमान वाले अवमंदित दोलन का सामान्य हल प्राप्त करें।[10]
   What do you mean by damped oscillations? Obtain a general solution for the displacement of a damped oscillation of mass 'm'.

4. फ्रेस्नेल हाफ पीरियड जोन क्या हैं? दर्शाये कि फ्रेस्नेल जोन प्लेट बहुकेन्द्रिय होते हैं? [10]
   What are Fresnel's Half-period zones? Show that a Fresnel zone-plate has multiple focii.

खण्ड – ब / Section - B [4 x 40 = 160]

1. a) मैक्स वेल समीकरणों के समाकलन एवं अवकल रूपों से प्रारम्भ करते हुए, मुक्त स्थान में विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों के लिए समजात तरंग समीकरणों को व्युत्पन्न कीजिए। [10]
   Starting from the integral and differential forms of Maxwell's equations, derive the homogeneous wave equations for the electric and magnetic fields in free space.

   b) यह प्रदर्शित कीजिए कि उपर्युक्त समीकरणों के समतल तरंग हल निम्न रूप में प्राप्त होते हैं [10]
   $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}.\vec{r}-wt)}$ और $\vec{E}, \vec{B}$ तथा संचरण सदिश $\vec{K}$ के बीच सम्बन्ध ज्ञाते कीजिए।
   Show that these equations admit plane-wave solutions of the form $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}.\vec{r}-wt)}$ and obtain the relationship between $\vec{E}, \vec{B}$ and the propagation vector $\vec{K}$.

   c) अपने विश्लेषण को एक रैखिक, समदिश माध्यम (जिसका सापेक्ष विद्युत स्थिरांक ε_r है) के लिए विस्तारित कीजिए तथा निम्नलिखित के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। [20]
   i) फेज वेग
   ii) अपवर्तनांक तथा
   iii) क्षेत्र आयामों का अनुपात $\frac{|E_0|}{|B_0|}$

Extend your analysis to a linear, isotropic dielectric medium of relative permittivity ε_r. Derive expression for

i) the phase velocity

ii) the refractive index, and

iii) the ratio of field amplitudes $\frac{|E_0|}{|B_0|}$.

2. a) यह स्पष्ट कीजिए कि पारंपरिक रेले-जीन्स नियम लघु तरंगदैर्ध्य पर ब्लैक बॉडी विकिरण का सही वर्णन क्यों नहीं करता हैं। विद्युत चुम्बकीय मोड्स की पारंम्परिक अवस्थाओं के घनत्व से प्रारम्भ करने हुए रेले-जीन्स नियम व्युत्पन्न कीजिए और इसके विफल होने का भौतिक कारण बताइए। **[20]**

Explain why the classical Rayleigh-Jeans law fails to describe blackbody radiation at short wavelengths. Starting from the classical density of states for electromagnetic modes, derive the Rayleigh-Jeans law and discuss the physical reason for its breakdown.

b) प्लांक के परिकल्पना के अनुसार, जिसमें दोलकों की ऊर्जा $E = nh\nu$ के रूप में क्वांटित मानी जाती है, प्लांक का विकिरण नियम व्युत्पन्न कीजिए। यह भी दिखाइए कि निम्न और उच्च आवृत्ति सीमाओं पर यह क्रमशः रेले-जीन्स और वीन के नियम में रूपांतरित होता हैं। **[20]**

Using Planck's hypothesis that the energy of oscillators is quantized in units of $E = nh\nu$, derive Planck's radiation law. Show that its low and high frequency limits reduce respectively to the Rayleigh-Jeans and Wien laws.

3. a) इमेज पद्धति का उपयोग करते हुए, एक स्थिर पोटेंशियल चालक समतल के समीप रखे एक बिंदु आवेश के कारण उत्पन्न विभव तथा विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए। तत्पश्चात, प्रेरित इमेज आवेश के कारण उस बिंदु आवेश पर लगने बाले बल की गणना कीजिए। **[20]**

Using the method of images, determine the potential and electric field due to a point charge placed near a grounded conducting plane. Hence, compute the force on the charge due to its induced image.

b) त्रिज्या R बाले एक समान रूप से ध्रुवीकृत गोले द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए, तथा बाउड आवेशों की भौतिक व्याख्या लिखिए। केन्द्र से दुरी पर विद्युतीय क्षेत्र $\vec{E}$ की निरमरता को ग्राफ द्वारा दर्शायें। **[20]**

Find the electric field produced by a uniformly polarized sphere of radius R, and write the physical interpretation of bound charges. Graphically plot the variation of electric field $\vec{E}$ with increasing distance from centre of sphere.

4. a) गैस अणुओं के लिये मैक्सवेल–बोल्ट्ज़मैन वेग वितरण व्युत्पन्न कीजिए तथा सबसे संभावित, माध्य और वर्गमूल माध्य (rms) वेगों के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। **[20]**

Derive the Maxwell-Boltzmann velocity distribution for gas molecules and obtained expression for the most probable, mean and root-mean-square (rms) speeds.

b) उपकरण विभाजन प्रमेय (equipartion theorem) का उपयोग करते हुए ठोसों के लिए मोलर विशिष्ट उष्मा के लिये डुलांग–पेटी नियम व्युत्पन्न कीजिए। तत्पश्चात, क्वांटिज्ड दोलकों को पेश करके आइस्टीन का सुधार बताइए, और संक्षेप में चर्चा कीजिए की डेबाय का सिद्धांत निम्न तापमान पर व्यवहार को कैसे सुधारता हैं। **[20]**

Using the equipartion theorem, derive the Dulong-Petit law for the molar specific heat of solids. Then, outline Einstein's correction by introducing quantized oscillators, and discuss qualitatively how Debye's theory improves the low-temperature behaviour.

5. a) ''यह असंभव हैं कि एक चक्रीय यंत्र ऐसा बनाया जा सके जिसका एक मात्र प्रभाव यह हो कि वह बिना किसी कार्य के निरंतर रूप से ऊष्मा को एक वस्तु से दूसरी अधिक तापमान वाली वस्तु में स्थानांतरित करें।''

i) उपर्युक्त कथन की व्याख्या कीजिए और इसे ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम के क्लॉशियस कथन के आधार पर सिद्ध कीजिए। यह भी बताइए कि यह सिद्धांत रेफ्रिजरेटर के कार्प–प्रणाली को कैसे प्रभावित करता हैं। **[6]**

ii) एक रेफ्रिजरेटर का कुशलता गुणांक (COP) 5.00 हैं और वह 500 पाट की विद्युत शक्ति से चलता है। इसमें 20°C पर 500g पानी रखा गया हैं जिसे 0°C पर बर्फ मं बदलना हैं। गणना कीजिए कि इस प्रक्रिया में कितना समय लगेगा, यह मानते हुए कि फ्रीज़र में अन्य कोई उष्मा स्थानांतरण नहीं हो रहा है और केवल पानी से ही ऊर्जा निकाली जा रही हैं। माना जल की विशिष्ट ऊष्मा $C = 4186 J/kg°C$ और बर्फ बनने की गुप्त ऊष्मा $L_f = 3.33 \times 10^5 J/kg$ हैं। **[10]**

iii) अपने परिणाम के आधार पर यह विश्लेषण कीजिए कि यह रेफ्रिजरेटर व्यवहारिक दृष्टि से कितना कुशल हैं। यह स्पष्ट कीजिए कि इसका कुशलता गुणांक 1 से अधिक क्यों है और इसका ऊर्जा उपयोग से क्या तात्पर्य निकलता हैं। **[4]**

"If in impossible to construct a cyclical machine whose sole effect is to transfer energy continuously by heat from one object to another object at a higher temperature without the input of energy by work".

i) Explain & prove this statement using the Clausius form of the second law of thermodynamics. Discuss its implications on the operation of refrigerators.

ii) A refrigerator has a Coefficient of Performance (COP) of 5.00 and consumes electric power at a rate of 500W. A 500g sample of water at 20°C is placed in the freezer. Calculate the time required to freeze the water completely, assuming the freezer compartment is at 0.0°C and the only energy removed by the refrigerator in from the water only. Consider specific heat of water, C = 4186J/ kg°C and latent heat of fusion of ice $L_f = 3.33\times10^5$J/kg.

iii) Based of your results, evaluate the efficiency of this refrigerator in practical terms. Why is the COP greater than 1, and what does this imply about energy use in refrigeration?

b) i) कार्नोट इंजन और वास्तविक इंजनों जैसे गैसोलीन और डीजल इंजनों में मूलभूत अंतर को स्पष्ट कीजिए। कार्नोट इंजन को आदर्श क्यों माना जाता है, और वास्तविक इंजन इसकी दक्षता क्यों नहीं प्राप्त कर सकतें? **[5]**

ii) एक P-V आरेख पर ऑटो चक्र को बनाइए और समझाइए। यह किस प्रकार एक सामान्य गैसोलीन इंजन के कार्य सिद्धांत को दर्शाता हैं? इसमें कौन-कौन सी प्रक्रियाएँ होती है, और किन अवस्थाओं में कार्य तथा ऊष्मा का स्थानांतरण होता हैं? **[5]**

iii) एक कार्नोट इंजन 600K तापमान वाले उच्च तापीय भंडार और 300K तापमान वाले निम्न तापीय भंडार के बीच कार्य करता हैं। यह प्रत्येक चक्र में उच्चताप स्त्रोत से 1000J ऊष्मा प्राप्त करता हैं। **[6]**

1) कार्नोट इंजन की दक्षता ज्ञात कीजिए।

2) प्रति चक्र किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।

3) प्रति चक्र अपचालित ऊष्मा (heat rejected) की गणना कीजिए।

iv) ऑटो चक्र और डीजल चक्र की दक्षता की गुणात्मक तुलना कीजिए। किन परिस्थितियों में डीजल इंजन, गैसोलीन इंजन की तुलना में अधिक दक्ष हो जाता है। **[4]**

i) Explain the fundamental difference between a Carnot engine and real-life engines such as gasoline and diesel engines. Why is the Carnot engine considered ideal, and why can't real engines achieve its efficiency?

ii) Draw and described the Otto cycle on a P-V diagram. Explain how it represents the working principle of a typical gasoline engine. Identify the processes involved and state were work is done and heat is transferred.

iii) A Carnot engine operates between a high-temperature reservoir at 600K and a low-temperature reservoir at 300K. If absorbs 1000J of heat from the high-temperature source per cycle.

1) Calculate the efficiency of the Carnot engine.

2) How much work is done by the engine per cycle?

3) How much heat is rejected to the sink per cycle?

iv) Compare the efficiency of the Otto cycle and Diesel cycle qualitatively. Under what conditions is a diesel engine become more efficient than a gasoline engine?

6. a) संख्यिक भौतिकी में ऋणात्मक निरपेक्ष तापमान की अवधारणा स्पष्ट कीजिए। अपने उत्तर में : **[20]**

i) उस प्रणाली के लिए आवश्यकता क्या है कि वह ऋणात्मक तापमान ले सके,

ii) ऐसे प्रणालियों में ऊर्जा के सापेक्ष एन्ट्रॉपी कैसे बदलती हैं,

iii) क्यों ऋणात्मक तापमान की अवस्था किसी भी सकारात्मक तापमान की अवस्था से "अधिक गर्म" मानी जाती हैं। और

iv) एक व्यावहारिक उदाहरण दीजिए जहाँ ऋणात्मक तापमान उत्पन्न हुआ हो तथा कैसे।

Explain the concept of negative absolute temperature in statistical physics. In your answer, discuss:

i) The criterion for a system to have a negative temperature.

ii) How entropy behaves as a function of energy in such system.

iii) Why negative-temperature states are "hotter" than any positive-temperature state.

iv) Give one physical example of a system exhibiting negative temperature, with explanation of how that arises.

b) विवरण करें कि कैसे एक सरल एक-आयामी रैंडम वॉक, सांख्यिकीय भौतिकी में निरंतर प्रसार-प्रक्रिया से जुड़ती है। निम्न बिन्दुओं का अपने उत्तर में सामिल कीजिए। **[20]**

i) किस प्रकार एक डिस्क्रीट रैंडम वॉक की समय व स्थान सीमाए - से $\rightarrow$ प्रसार समीकरम निकलती हैं।

ii) $\langle x^2(t) \rangle \propto t$ अर्थात औसत वर्ग विस्थापन का अर्थ व महत्त्व क्या हैं

iii) किन शर्तों में यह वॉक $\rightarrow$ प्रसार सीमा काम करती हैं। एवं

iv) प्रसार की एक भौतिक प्रणाली का उदाहरण दीजिए जो इस प्रक्रिया की स्पष्ट करती हो।

Explain the connection between the discrete Random walk and the continuous diffusion process in statistical physics, considering the following points in your answer.

i) How a simple one-dimensional random walk leads (in the limit) to the diffusion equation.

ii) The meaning and significance of the mean square displacement $\langle x^2(t) \rangle \propto t$ result for normal diffusion.

iii) The conditions under which the random walk $\rightarrow$ diffusion limit holds. and

iv) One example of physical diffusion system that illustrates the process.

7. a) अनुनादी तंत्र का गुणवत्ता गुणांक (Q) परिभाषित कीजिए। इसका बैण्डविड्थ के सथ सम्बन्ध व्युत्पन्न कीजिए। अनुनाद की तीक्ष्णता का भौतिक महत्त्व स्पष्ट कीजिए। **[10]**

Define the quality factor (Q) of a resonant system. Derive its relation with band width. Explain the physical significance of sharpness of resonance.

b) एक श्रेणी LCR परिपथ में $R = 20\Omega$, $L = 0.5H$ तथा $C = 50\mu F$ हैं। गणना कीजिए **[15]**

i) अनुनादी आवृत्ति

ii) गुणवत्ता गुणांक (Q)

iii) बैंडविड्थ

A series LCR circuit has resistance $R = 20\Omega$, inductance $L = 0.5H$, and capacitance $C = 50\mu F$. Calculate:

i) Resonant frequency

ii) Quality factor

iii) Bandwidth

c) किसी तंत्र की स्वाभाविक आवृत्ति 1000Hz तथा डैम्पिंग रेशियों 0.05 हैं। उस आवृत्ति का निर्धारण कीजिए जिस पर अनुनाद होता है। तथा अनुनाद पर आयाम ज्ञात कीजिए यदि प्रेरक बल का आयाम $F_0 = 1N$ तथा दोलक का द्रव्यमान 0.1kg हैं। **[15]**

A system has a natural frequency of 1000Hz and damping ratio 0.05. Find the frequency at which resonance occurs and the amplitude at resonance if the driving force amplitude in $F_0 = 1N$ and mass of oscillator is 0.1kg.

□□□□

SPACE FOR ROUGH WORK